

## Bir Öğrenme Algoritması Üzerine İnceleme

Nafiz Aydın HIZAL

İstanbul Teknik Üniversitesi, Makina Fakültesi, Otomatik Kontrol Birimi, İstanbul-TÜRKİYE

Geliş Tarihi: 19.11.1996

**Özet:** Bu makalede çok boyutlu nonlineer bir fonksiyonu öğrenme yoluyla gerçekleştirilen bir algoritma incelenmektedir. Bina otomasyonuna uygulanmış olan algoritma, kontrol ve diagnostik konularında yararlı olabilecek potansiyelde görülmüş ve tasarımında pratik önemi olabilecek doğruluk, kararlılık, yakınsama hızı gibi bazı temel özellikleri araştırılarak sonuçları burada verilmiştir.

**Anahtar Sözcükler:** Öğrenen Sistemler, Eğitilebilen Fonksiyon Jeneratörü, Nonlineer Fonksiyon Jeneratörü.

### A Study on a Learning Algorithm

**Abstract:** In this paper, an algorithm which can generate a nonlinear multi-input function through a learning process is studied. This algorithm, used by the Sulzer A.G. company for building heating automation, has apparent potentials for use in control and diagnostics. For this reason, some of its fundamental properties like accuracy, stability and convergence rate which were considered to be important regarding practical design were investigated, and the results are reported here.

**Key Words:** Learning systems, Trainable Function Generator, Nonlinear Function Generator.

### Giriş

Burada incelenen algoritma, çok girişli bir "öğrenen" fonksiyon jeneratörünü gerçekleştirir. Genel olarak  $Z=f(X, Y, \dots)$  şeklinde nonlineer bir fonksiyonu öğrenme yoluyla gerçekleştirilen bu algoritma, bir bina otomasyon sistemi olan SICOS 2000 ile entegre edilmek suretiyle, ısıtmanın başlatılma ve bitirilme zamanlarının doğru kestirilerek ekonomi ve daha iyi konfor sağlanmasına yönelik olarak kullanılmıştır (Leimgruber ve ark. 1984, 1988). Bu kullanım şeklinde algoritma iki girişlidir ve bu girişler dış hava sıcaklığı ile bina sıcaklığıdır. Algoritmanın oluşturduğu iki boyutlu yüzey, ısınma veya soğumadaki "gradyan" durumunda olan, birim sıcaklık değişimi için gerekecek süredir. Bu sürenin kestirilmesi ile, iş yeri ve okul gibi yalnız günlük ısıtılan binalarda ısıtmanın sabah başlatılma ve akşam sona erdirilme zamanları yeterli bir doğrulukla belirlenebilmektedir. Bu algoritma üç boyutlu duruma getirilerek ve rüzgar etkisi de üçüncü bir giriş olarak dikkate alınarak, daha iyi bir kontrol sağlanacağı gösterilmiştir (Hızal, 1997).

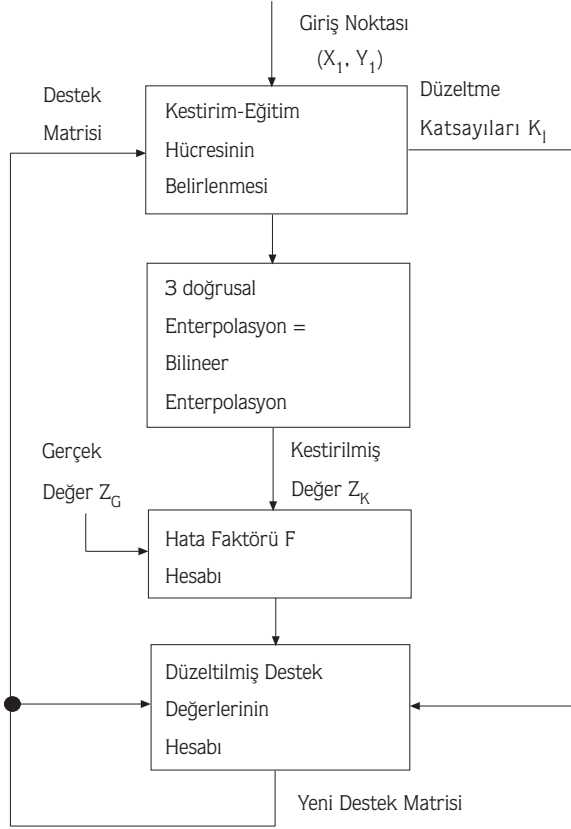
Bu öğrenen algoritma, nonlineer fonksiyon üretme potansiyeli ve öğrenme yeteneği nedenleriyle kontrol alanında birçok kullanım alanında yararlı olabilecek nitelikte görülmüş ve bu nedenle, pratik önemi olabilecek bazı özellikleri bu çalışmada incelenmiştir.

### Algoritma

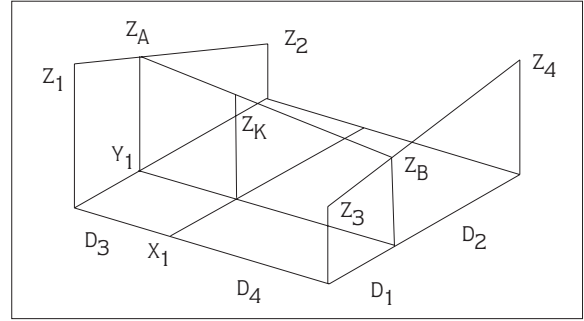
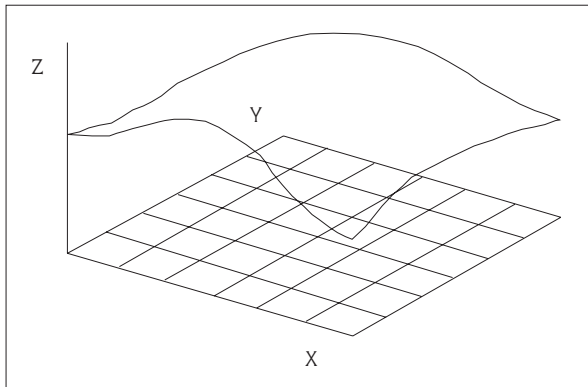
Algoritmanın yapısı çok boyutlu doğrusal enterpolasyona ve bu enterpolasyon için temel oluşturan "destek" değerlerinin düzeltilmesine dayanır. Kestirilen çıkış değeri çok boyutlu enterpolasyon ile sağlanmaktadır. Sistemin eğitilmesi ise, kestirilmiş değer ile yapılan kullanım sonrası ortaya çıkan hataya dayanarak gerçekleştirilir. Bu öngörü türü kullanım şekli için, gerçek  $Z=f(X, Y, \dots)$  değeri kullanım sonucunda ölçülebilmelidir. Böylelikle, önceden kestirilmiş olan yaklaşık  $Z_k$  değeri ile karşılaştırma yapılarak düzeltmeler gerçekleştirilebilir ve öğrenme sağlanabilir. Örnek olarak, bina ısıtma sisteminde (Leimgruber ve ark. 1984, 1988, Hızal, 1977), ısınma veya soğumanın gerçekten ne kadar sürede oldukları, o günkü kullanım sonucu ortaya çıkmaktadır. Diğer bir kullanım türü, çeşitli elemanların karakteristiklerinin otomatik olarak çıkartılması ve zamanla değişimlerinin izlenmesi olabilir. Bu tür bir çalışma, örnek olarak, ileri beslemeli kontrolde, yada diagnostikte kullanılabilir. [Şekil 1, Şekil 2, Şekil 3]

Akiş diyagramı Şekil 1'de verilen iki boyutlu algoritmanın giriş uzayını oluşturan yatay düzlemdeki "kafes" ve düşey olarak da çıkış eksenini, Şekil 2'de gösterilmiştir. Kafesin kesim noktalarında tanımlanan destek değerleri, bellekte bir matris olarak saklanacak

olan değerlerdir. Bir  $(X_1, Y_1)$  giriş noktası verildiğinde, bu noktanın içinde bulunduğu kafes hücresi dikkate alınarak enterpolasyon yapılır ve yine aynı hücre içinde eğitim gerçekleştirilir.



Şekil 1. Algoritmanın akış diyagramı.



Şekil 2. İki boyutlu kafes yapısı üzerinde  $Z=F(X, Y)$  yüzeyinin, destek noktalarında tanımlanarak oluşturulması.

Şekil 3. Bir kafes hücresi içinde enterpolasyon ve eğitimde kullanılan büyüklüklerin tanımları.  $(X_1, Y_1)$  noktasının kenarlardan uzaklıkları  $D_i$  ile gösterilmiştir.

Bir kafes hücresi Şekil 3'de gösterilmiştir. Bu kafes hücresine ait dört destek değeri  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$  ve  $(X_1, Y_1)$  giriş noktasının kafes hücresi kenarlarından uzaklıkları  $D_1, D_2, D_3, D_4$  ile gösterilmişlerdir. Kestirim için önce bir yönde enterpolasyon yapılır. Her iki kenarda yapılan bu işlemlerden sonra, bunların sonuçları olan  $Z_A$  ile  $Z_B$  arasında ve diğer yönde üçüncü enterpolasyon yapılarak kestirilmiş değer olan  $Z_K$  bulunur.

$$Z_A = Z_1 + (Z_2 - Z_1)D_1 / (D_1 + D_2) \quad (1)$$

$$Z_B = Z_3 + (Z_4 - Z_3)D_1 / (D_1 + D_2) \quad (2)$$

$$Z_K = Z_A + (Z_B - Z_A)D_3 / (D_3 + D_4) \quad (3)$$

Eğitim için,  $Z_K$  kestirilmiş değerinin kullanımından sonra ortaya çıkan gerçek Z değeri olan  $Z_G$ , "hata faktörü" olan F değerinin hesaplanmasında kullanılır.

$$F = (Z_G - Z_K) / Z_K \quad (4)$$

$Z_G$  değerinin hesaplanmasında kullanılan dört destek değeri olan  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$ , sonuca katkıları oranında ve F hata faktörüne göre düzeltilirler. Bu katkı oranlarını belirleyen  $K_1, K_2, K_3, K_4$  katsayıları da  $D_i$  uzaklıklarına bağlı olarak aşağıdaki şekilde bulunurlar.

$$K_1 = [D_2 / (D_1 + D_2)] [D_4 / (D_3 + D_4)] \quad (5)$$

$$K_2 = [D_1 / (D_1 + D_2)] [D_4 / (D_3 + D_4)] \quad (6)$$

$$K_3 = [D_2 / (D_1 + D_2)] [D_3 / (D_3 + D_4)] \quad (7)$$

$$K_4 = [D_1 / (D_1 + D_2)] [D_3 / (D_3 + D_4)] \quad (8)$$

Biri'inci destek değerinin düzeltilmesi, aşağıdaki bağıntı ile yapılır. Burada  $Z_{iy}$  yeni destek değeri,  $Z_{ie}$  ise eski destek değeridir.

$$Z_{iy} = Z_{ie} (1 + K_i F) \quad (9)$$

#### Enterpolasyon sırası

Doğrusal enterpolasyonda, çeşitli boyutlar doğrultusundaki uygulamada sıra önemli olmamaktadır. Bu nedenle, (1)-(3) bağıntıları

$$Z_A = Z_1 + (Z_3 - Z_1) D_3 / (D_3 + D_4) \quad (10)$$

$$Z_B = Z_2 + (Z_4 - Z_2) D_3 / (D_1 + D_2) \quad (11)$$

$$Z_K = Z_A + (Z_B - Z_A) D_1 / (D_1 + D_2) \quad (12)$$

şeklinde de yazılabilirler.

#### Kafes Parametreleri

Giriş değişkenlerinin karşılaşılabilecek sınırları belirlendikten sonra, kafes boyutları, dolayısıyla toplam destek değeri sayısı, hücre boyutlarına bağlı olacaktır. Hücre boyutlarının (destek değeri uzaklıklarının), oluşturulacak olan fonksiyonun eğrilik derecesine bağlı olarak seçilmeleri uygun olur. Doğrusal enterpolasyon kullanıldığından, fonksiyonun

$$Z = C_1 + C_2 X + C_3 Y \quad (13)$$

şeklinde düzlemsel olması durumunda tek bir hücre yeterli olacaktır (Bu lineer durumda iki ayrı ve tek boyutlu algoritma da kullanılabilir). Eğriliğin fazla olması, belirli bir doğruluk derecesini sağlayabilmek açısından daha sık bir kafes yapısını gerektirir. Bu noktada, kafesin eşit aralıklı bir yapıya sahip olmasının gereksizliğini hatırlamakta yarar vardır, çünkü kestirim ve eğitim tek bir hücre içinde tamamlanmaktadır, eğriliğin arttığı bölgelerde sıklığı arttırmak algoritmada karmaşıklık artışına neden olmaz.

Aşağıdaki bağıntılar aracılığıyla, eğrilik derecesinin belirli bir destek aralığında neden olacağı hata üzerine bir fikir edinilebilir. Şekil 4a'da görüldüğü gibi, eşit iki desteğin arasındaki uzaklık  $\Delta$  ile gösterilsin ve fonksiyonun bu aralıkta ve bu doğrultudaki değişimi bir çember olarak alınsın. Çemberin yarıçapı  $r$  olmak üzere, eğrilik derecesi (bu doğrultudaki ikinci kısmi türev)  $r^{-1}$  olur. Bu aralıktaki maksimum  $h$  hatası

$$h = r - 0.5(4r^2 - \Delta^2)^{1/2} \quad (14)$$

olacaktır (Burington, 1965), ancak, bu durumda destek değerleri sürekli değişim halinde kalacaktır. Aralık içinde üniform dağılımlı noktalarda eğitim yapıldığı varsayılırsa, Şekil 4b'deki ortalama durum görülecek ve hata mutlak değerlerinin maksimumu, (14) ile verilen değerlerin yarısı kadar olacaktır. Bu durum simülasyon ile irdelenmiştir. Yakınsama faktörü ile ilgili bölümde belirtileceği gibi, küçük bir yakınsama faktörü kullanımı ile, destek değerlerinin uygun aralık seçilmemesi sonucu olan sürekli

rejim değişimleri küçülür.  $\Delta$  aralığına karşı hata duyarlılığını görmek için  $dh/d\Delta$  türevine bakılabilir.

$$dh/d\Delta = 0.5\Delta/(4r^2 - \Delta^2)^{1/2} \quad (15)$$

Büyük  $r$  değerleri için bu türevin

$$dh/d\Delta @ \Delta/(4r) \quad r \gg \Delta \quad (16)$$

olduğu, ve duyarlılığın  $\Delta$  ile doğrusal artışı görülmektedir. Büyük  $r$  değerleri için maksimum hatanın  $\Delta$  uzaklığına bağlılığı parabolik şekildedir.

$$h @ \Delta^2/(8r) \quad r \gg \Delta \quad (17)$$

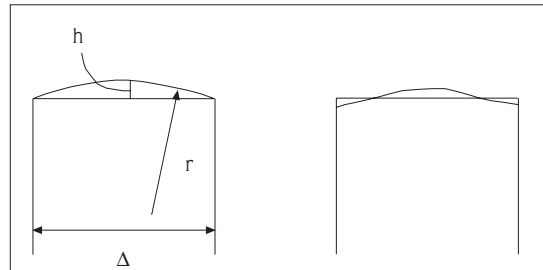
Belirli bir maksimum hata için gerekli olan maksimum  $\Delta$  değeri, (14) den bulunan

$$\Delta = 2[h(2r-h)]^{1/2} \quad (18)$$

ifadesi ile hesaplanabilir. Büyük  $r$  değerleri için, (17) den

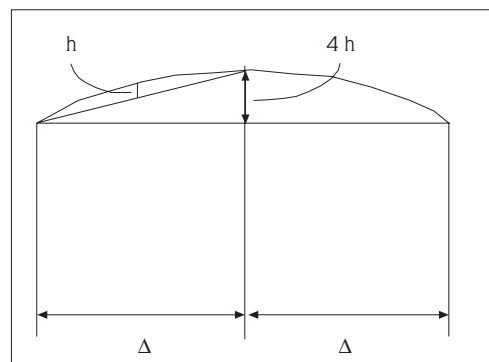
$$\Delta @ (8rh)^{1/2} \quad r \gg \Delta \quad (19)$$

yazılabilir. Seçilmiş bir  $\Delta$  değeri ile çalışma sonucunda oluşan destek değerlerine bakılarak, hata üzerine bir fikir edinilebilir. Bir yönde yanyana üç destek değerine bakıldığında, ortadaki değer diğerlerini birleştiren doğrudan olan uzaklığı, eğriliğin bu aralıkta sabit kaldığı



kabulu ile ve büyük  $r$  için, (17) uyarınca  $h$  değerinin yaklaşık 4 katını verecektir (Şekil 5).

Şekil 4ab. Bir hücre içindeki maksimum hatanın, eğrilik yarıçapı ve



hücre boyutu ile ilişkisi

Şekil 5. Bir hücre içindeki maksimum hatanın, yanyana üç destek

değerinden yararlanarak kestirilmesi.

### Boyut Arttırımı

Bu algoritmanın üç veya daha yüksek boyutlu hale getirilmesi ile giriş sayısının arttırılması mümkündür. (Hızal, 1997). Bu durumda (4) ve (9) bağıntıları aynı kalmakta, (1)-(3) ve (5)-(8) bağıntıları ek boyutları da dikkate alacak şekilde, adet olarak artmaktadır. Örnek olarak üç boyutlu durumda, düzlemsel bir kafes hücresi yerine üç boyutlu bir kafes hücresi söz konusu olmakta, yukarıki işlemler üçüncü boyutun iki düzeyinde tekrarlanmakta ve bunların sonuçları, üçüncü boyut yönünde gerçekleştirilen yedinci enterpolasyon ile birleştirilmektedir. Bu durumda sekiz destek değerinden yararlanılır ve eğitim sırasında bu sekiz değer, sonuca katkıları oranında ve hata faktörü ile ilgili olarak düzeltilirler. Genel olarak N boyutlu giriş için, bir hesaplamada kullanılan destek değeri sayısı  $N_D$

$$N_D = 2^N \quad (20)$$

ve enterpolasyon sayısı  $N_E$

$$N_E = 2_N - 1 = N_D - 1 \quad (21)$$

olurlar.

Üç boyut için bağıntılar (Hızal, 1997)'de verilmiştir. Aynı kaynaktan, soğumada ve ısınmada iki ayrı gradyan fonksiyonu gerektiğinden, bu iki çıkışı sağlayacak iki ayrı algoritma çalıştırılmaktadır. İlk Şartlar Lineer olmayan (9) eğitim bağıntısının bir sonucu olarak, destek noktalarındaki başlangıç değerlerinin sıfırdan farklı olmaları gerekmektedir, aksi halde destek değeri sıfırdan ayrılamaz. Oluşturulacak fonksiyonun şekli üzerine sahip olunabilecek ön bilgilere göre ilk değerlerin seçilmesi, yakınsama süresini kısaltacaktır. Bu fonksiyonda sıfır değerleri bekleniyor ise, algoritmaya gerçek değer olarak girilen  $Z_G$  büyüklüğüne bir sabit eklenerek gerçek fonksiyonun bu sabit kadar kaydırılmış bir şekli oluşturulabilir. Yakınsama Faktörü ve Davranışa Etkileri Orijinal algoritmada olmayan bir yakınsama faktörünün eklenmesi ile, davranış üzerinde bir kontrol sağlanabilir. Bu amaçla, (9) eğitim bağıntısı

$$Z_{iy} = Z_{ie} (1 + \mu K_1 F) \quad (22)$$

formunda kullanılır. "Yakınsama Faktörü"  $\mu$ , aşağıdaki unsurları kontrol eder.

Kararlılık: Büyük  $\mu$  değerleri ile algoritma kararsız duruma gelecektir.

Yakınsamadaki Sönüm: Algoritmanın kararlı olduğu  $\mu$

değerleri bölgesinde, yakınsamanın hızı ve salınım duru  $\mu_u$  bu faktöre bağlı olacaktır. Maksimum yakınsama hızını sağlayacak bir  $\mu$  değeri araştırılabilir. Yapılan simülasyonlarda, özel durumlar dışında, orijinal algoritmaya karşılık gelen  $\mu = 1$  dolayının en yüksek yakınsama hızını sağladığı görülmüştür. Daha düşük  $\mu$  değerlerinde her bir düzeltmedeki düzeltim oranının düşüklüğü nedeniyle, daha yüksek  $\mu$  değerlerinde ise aşırı salınım nedeniyle yakınsama gecikmektedir.

Kısa vadeli değişim ve gürültü etkilerinin filtrelenmesi: Yakınsama katsayısının küçültülmesi sonucunda öğrenme işlemi yavaşlayacağından, yeni girişlerin katkıları daha az olur ve eski girişlerin önemleri daha uzun süre korunur. Yakınsama katsayısı  $m$ , diğer uyarlamalı algoritmalarda da rastlanan "unutma faktörü" durumundadır (Aström ve Wittenmark, 1989). Bu değer uygun seçilmesi ile, oluşturulan fonksiyonun şekli yüksek frekanslı değişim etkilerinden pratik anlamda arındırılabilir. İzlenen sistemdeki uzun vadeli değişimler:

İzlenen sistem zamanla değişen bir sistem ise, algoritma öğrenmeye devam ederek, oluşturduğu fonksiyonda gerekli değişiklikleri yapacaktır. Bunun için  $\mu > 0$  olması (ve kararlılık) yeterli olmakla birlikte, sistemdeki değişim hızına bağlı olarak bir minimum  $\mu$  değerinin altına inmemek gerekebilir.

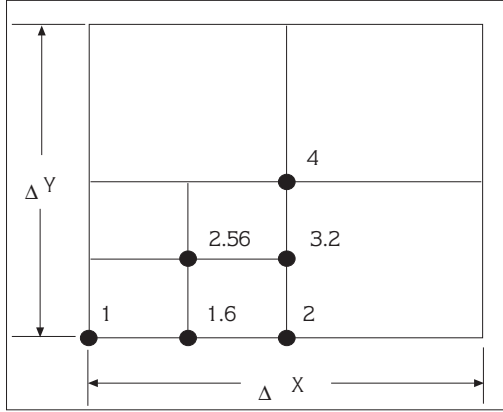
Algoritmanın davranışı hakkında daha iyi bir fikir edinebilmek için, önce tek bir kafes hücresi dikkate alınmıştır. X aralığı [0,1], Y aralığı [0,1], başlangıç destek değerleri 1, gerçek değer = 2 olmak üzere tek bir  $(X_1, Y_1)$  noktasında tekrarlanan eğitim sonucunda şu durumlar gözlenmiştir.

1) Sabit eğitim noktası olarak bir destek değeri alındığında, orijinal algoritmaya karşılık gelen  $\mu = 1$  değeri ile "tek adımda sonuca gidiş" (deadbeat) gerçekleşmektedir.

2) Sabit eğitim noktası hücrenin ortasına doğru kaydırıldığında sönüm artmakta, üstel olarak çok adımda sonuca yaklaşılmaktadır. Burada "tek adımda sonuca gidiş" cevabı elde edebilmek için  $m$  faktörünün arttırılması gerekmektedir. analitik olarak da hesaplanabilen bu tek adım  $m$  değerleri Şekil 6'da gösterilmiştir.

3) Bir destek noktasındaki eğitimde çözüm tektir ve bu nedenle tek adımda tam düzeltme mahzurlu olmamaktadır, fakat hücrenin diğer yerlerindeki eğitimde o noktadaki değer belirli bir seviyede olabilmesi, sonsuz çözümle mümkündür. Düzeltilecek olan büyüklükler eğitim noktasında değil, onun dışındaki dört destek noktasında olduğundan, eğitim noktasındaki değerden geçen sonsuz sayıdaki düzlemin destek düzeylerini kesme noktaları çözümleri oluşturur. Destek noktalarındaki değerler yalnız eğitilen noktadaki değeri değil, destek

noktasının komşu olduğu dört hücreyi de ilgilendirildiğinden, burada, tek adım cevabına karşılık gelen  $m$  değerinden daha küçük bir "unutma faktörü" uygun olmaktadır. Bu nedenle, gerçek bir çalışmada sönümün hücre içinde değişkenliği avantajlıdır. [Şekil 6,



Şekil 7, Şekil 8, Şekil 9]

Şekil 6. Bir noktada tekrarlanan eğitimde, tek adımda sonuca gidiş için gerekli  $\mu$  değerleri, 1/8 hücrede verilen değerler,

simetri nedeniyle diğer bölgelerde de geçerlidir.

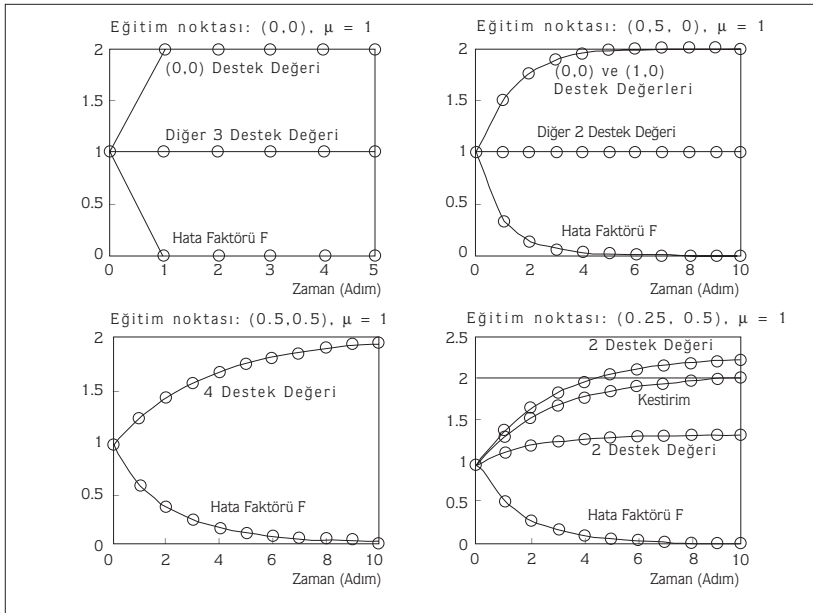
Örnek olarak, eğitimin tekrarlandığı noktanın (0,0), (0.5, 0) vela (0.5, 0.5) olması durumlarında, sırasıyla, 1, 2 veya 4 destek değeri değiştirilmektedir (değişim olmayan destek noktalarında  $K$  katsayısı sıfırdır). Bu destek değerleri eğitim noktasından eşit mesafelerde olduklarından, eşit değerler almaktadırlar ve kestirim değeri de bu aynı değerdir. Bu şartlar altında basitleşen denklemler yakınsama dinamiği hakkında fikir verebilirler. (1)-(8) ve (22) bağıntıları birleştirilerek,

$$Z_D(k+1) = Z_D(k) (1 + \mu K (Z_G(k) - Z_D(k)) / Z_D(k)) \quad (23)$$

fark denklemi bulunur. Burada zaman endeksi  $k$ , eşit destek değerleri (ve kestirim)  $Z_D$ , eşit (sıfırdan farklı) düzeltme katsayıları  $K$  ve yakınsamak istenen fonksiyon  $Z_G$  ile gösterilmiştir.  $z$  transformu alınarak, ayrık zaman transfer fonksiyonu olarak

$$G(z) = Z_D(z) / Z_G(z) = \mu K [z - (1 - \mu K)] \quad (24)$$

bulunur. ZG hedef değerinin sabit olması durumunda,  $z$  transformu



Şekil 7. Tek hücreli eğitimde destek değerlerinin ve hata faktörünün, eğitimin tekrarlandığı noktanın yerine göre değişimleri. İlk üç şekilde kestirim değerleri, hedef değer olan 2 düzeyine giden destek değerlerine eşittir.

$Z_G(z) = z/(z-1)$  (25)  
olacaktır. Bu durumda  $Z_D(z) = G(z) Z_G(z)$  yazılıp,  $p = 1 - \mu K$  kutbuna ve  $r = 1$  köküne göre parçalanarak ters dönüştürüldüğünde (Aström ve Wittenmark, 1984),

$$Z_D(k) = 1 - (1 - \mu K)^k \quad k \geq 1 \quad (26)$$

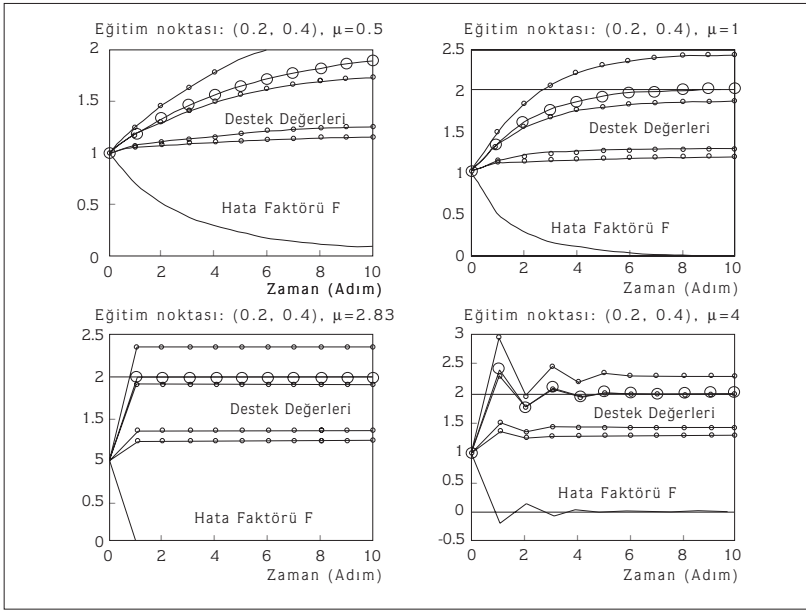
bulunur. Bu basitleştirilmiş durumda  $Z_k = Z_D$  olduğundan, denklem lineerleşmiş ve sıfır ilk şartlardan başlamak da mümkün olmuştur. Kararlılık için  $|p| < 1$  olması gerektiğinden,

$|p| = |1 - \mu K| < 1$ ,  $0 < \mu < 2/K$  (27)  
 kararlılık şartı bulunur. Ayrıca,  $1/K < \mu < 2/K$  için kutup  $p < 0$  olacağından, yakınsama salınımlı bir hareketle gerçekleşir (Aström ve Wittenmark, 1984).

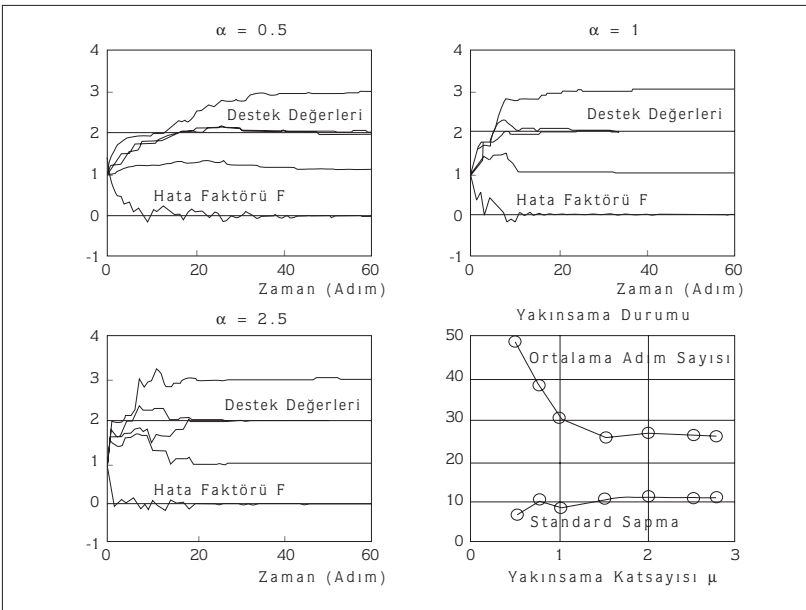
Yukarıda belirtilen noktalarda  $K$  değerleri sırayla 1, 0.5 ve 0.25 dir. Bu değerler ve  $\mu=1$  ile bulunan değişimler Şekil 7'de görülmektedir. İlk şartlar 1, istenen hedef düzeyi 2 olarak alınmıştır. Yine Şekil 7'de kıyaslama için (0.25, 0.5) noktasında tekrarlanan eğitim durumu da verilmiştir. Bu son durumdaki simetri nedeniyle yalnız iki ayrı  $K$  değeri olduğundan, değiştirilen destek değerleri

ikişer destek noktası içini aynıdır. Tek hücrede genel bir noktada tekrarlanan çalışma durumu Şekil 8'de verilmiştir. Çeşitli yakınsama katsayısı  $\mu$  değerleri için verilen eğrilerde yakınsama hızı ve salınımların bu katsayıya bağlılığı görülmektedir. Üçüncü durumda tek adımda yakınsama vardır. Dördüncü durumda ise daha büyük  $\mu$  değerleri ile salınım ortaya çıkmaktadır.

Tek hücrede rastlantısal noktalarda eğitim ile bir düzlemsel yüzeyin öğrenilmesi, Şekil 9'da verilmiştir. İlk üç eksen takımında, üç farklı yakınsama katsayısı ile çalışmada destek değerlerinin ve hata faktörünün



Şekil 8. Tek hücreli eğitimde, özel konumda olmayan bir noktada tekrarlanan eğitim sonucu destek değerlerinin (küçük çemberler), kestirim değerinin (büyük çemberler) ve hata faktörünün değişiminde  $\mu$  etkisi.



Şekil 9. Yakınsama katsayısının üç farklı değeri ile rastlantısal eğitimde destek değerlerinin ve hata faktörünün değişimi ilk üç şekilde verilmiştir.  $|F| < 0.05$  için gerekli ortalama adım sayısı ve standard sapması dördüncü şekilde görülmektedir.

değişimi, dördüncü eksen takımında ise yakınsama hızının yakınsama faktörü  $\mu$ 'ye bağlılığı görülmektedir. Yakınsama hızının bir ölçüsü olarak F hata faktörünün mutlak değerinin belirli bir  $F_{min}$  seviyesinin altına düştüğü adım sayısı kullanılmıştır. Diyagramın oluşturulmasında  $F_{min} = 0.05$  alınmıştır. 30 rastlantısal çalışmanın istatistik sonuçları verilmiştir. Bu diyagramdan görüldüğü gibi,  $m$  katsayısı arttırıldığı zaman yakınsama hızlanmaktadır. Buna karşı,  $\mu = 3$  değerine yaklaşıldığında zaman zaman kararsızlık görülebilmektedir, bu nedenle  $\mu \leq 2$  bölgesinde kalınması daha emniyetli bir çalışma sağlar. Yine aynı diyagramda, çeşitli  $\mu$  değerlerindeki yakınsama hızlarının standard sapmaları arasında önemli farklar olmadığı anlaşılmaktadır.

Bir paraboloid yüzeyin oluşturulduğu çok hücreli bir çalışmanın çeşitli aşamaları Şekil 10'da görülmektedir. Bu örnekte X ve Y değişim bölgeleri beşer bölüme ayrılarak  $6 \times 6$  boyutunda bir destek matrisi kullanılmıştır. Çok hücreli çalışmada şu iki durum kıyaslanmıştır:

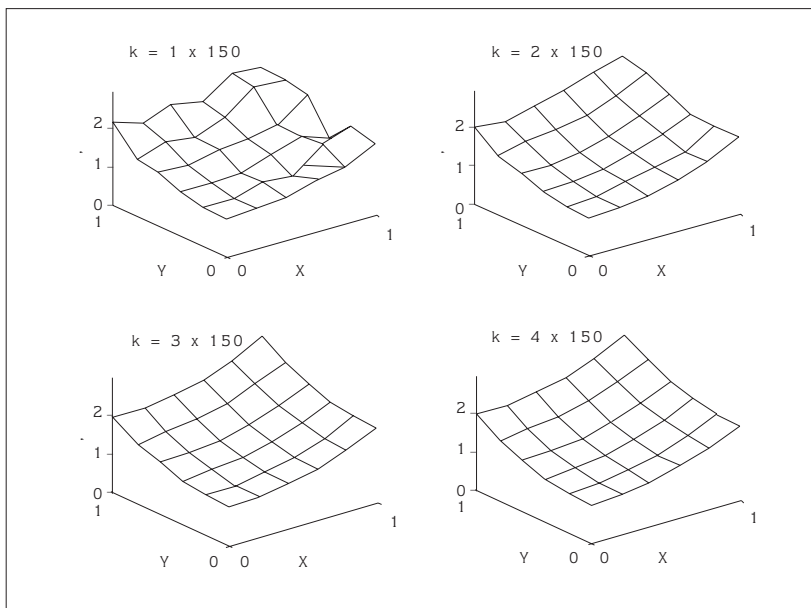
- 1) Eğitim noktalarının sıralı olması.
- 2) Eğitim noktalarının rastlantısal olması.

Birinci durum için her hücrede eşit aralıklarla dağılmış 16 nokta alınmış ve eğitimde bu noktalar sıralı olarak (tüm X-Y düzleminde bir satır tamamlandıktan sonra diğer satıra geçerek) kullanılmıştır. Şekil 11'den görüldüğü gibi, bu durumda  $\mu = 0.5$  gibi bir değer daha hızlı yakınsama sağladığı gözlenmiştir. Rastlantısal

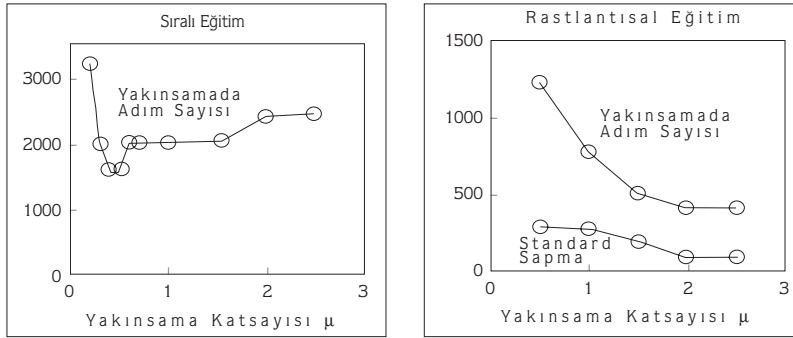
noktalarda eğitim durumunda ise  $\mu = 2 - 2.5$  aralığında hızlı yakınsama görülmüştür. Ayrıca, ikinci durumdaki maksimum yakınsama hızı, ilk durumdakine göre çok daha yüksek olmaktadır (4 katı kadar). Bu farklar, ilk durumdaki sıralı eğitimde destek değerlerinin tek taraftan aşırı etkilenmeleri sonucu olarak yorumlanabilirler.  $\mu = 0.5$  gibi daha düşük bir yakınsama katsayısı, bu tek taraflı etkiyi azalttığı için hızı arttırmaktadır. Rastlantısal eğitimde oluşan yüzey ise daha üniform dağılımlı noktalarındaki eğitim ile şekillenmektedir. Sonradan düzeltilmesi gereken tek taraflı gelişimler görülmez. Rastlantısal eğitimde, yakınsama katsayısının arttırılması ile yakınsama hızının standard sapmasının da belirgin şekilde azaldığı, Şekil 11'den anlaşılmaktadır. Sistem nonlineer yapıda olduğundan, kararsızlık durumu yakınsama katsayısı ile birlikte giriş noktalarının seçimine de bağlıdır ve bunun sonucu olarak da rastlantısaldir.  $\mu = 3$  değerinin ötesinde zaman zaman kararsızlığa rastlanmaktadır. Yakınsama hızı yönünden  $\mu > 2$  bölgesinde bir avantaj görülmediğinden,  $\mu = 2$  dolayı en uygun seçim olarak kabul edilebilir ve bu şekilde, algoritmanın orijinal şeklindeki  $= 1$  durumuna göre önemli bir hız artışı sağlanabilir.

## Sonuç

Geniş kullanım alanına sahip olabilecek nitelikteki bu algoritmanın daha iyi tanınabilmesi amacı ile bazı temel özellikleri araştırılmıştır. Diğer uyarlamalı algoritmalar



Şekil 10. Çok hücreli eğitim ile  $Z=1+X^2+Y^2$  fonksiyonuna ait paraboloid yüzeyin öğrenilmesi. Rastlantısal eğitim ve  $\mu=2$  kullanılmıştır. Şekiller, 150'şer adım aralıklar ile çizilmiştir.



Şekil 11. Çok hücreli durumda sıralı ve rastlantısal eğitim şekillerinin karşılaştırılması. Yakınsamada adım sayısı,  $IFI < 0.05$  için gereken ortalama adım sayısıdır.

gibi nonlineer karakterde olan bu algoritmanın kafes yapısı seçimi, boyut arttırımı, hataları, salınım ve kararlılık durumu, yakınsama hızı gibi özellikleri incelenmiş, tasarımda yardımcı olabilecek bazı yön gösterici kurallara ulaşılmıştır. Özellikle, yakınsama katsayısı durumundaki  $\mu$  değerinin yakınsama hızı, kararlılık ve değişimleri izleyebilme (yad değişimlerden etkilenmeme) yönlerindeki etkileri üzerinde durulmuş ve standard algoritmadaki  $\mu=1$  değeri dışındaki değerlerin, belirli tasarım hedeflerini gerçekleştirmek için gerekli olabilecekleri anlaşılmıştır.

### Semboller

$D_1, \dots, D_4$  :  $(X_1, Y_1)$  eğitim noktasının hücre kenarlarından uzaklıkları.

F: Hata faktörü.

$G(z)$  :  $Z_D/Z_G$  transfer fonksiyonu.

h : Bir hücredeki maksimum hata.

K : Eğitime katılan destek noktalarında tek  $K_1$  olması halinde kullanılan sembol.

$\Delta$  : Destek değerleri arasındaki uzaklık.

$\mu$  : Yakınsama katsayısı.

### Kaynaklar

Åström, K.J., Wittenmark, B., Computer Controlled Systems, Prentice-Hall, 1984.

Åström, K.J., Wittenmark, B., Adaptive Control, Addison-Wesley, 1989.

Burington, R.S., Handbook of Mathematical Tables and Formulas, 4 th Edition, McGraw-Hill, 1965.

$K_1, \dots, K_4$  : Destek değerlerinin sonuca katkılarını belirten katsayılar.

$N$  : Giriş uzayı boyutu.

$N_E$  : Bir hesaplamada kullanılan enterpolasyon adedi.

$N_D$  : Bir hesaplamada kullanılan destek değeri adedi.

p :  $G(z)$  transfer fonksiyonu kutbu.

r : Z fonksiyonunun bir yöndeki eğrilik yarıçapı.

$X_1, Y_1$  : İki boyutlu X-Y giriş uzayında kestirim ve eğitimin yapıldığı noktanın koordinatları.

Z : Öğrenme sonucu  $F(X, Y)$  olarak oluşturulan fonksiyon.

z : Z transformu değişkeni.

$Z_A, Z_B$  : Kestirimde yardımcı değerler.

$Z_D$  : Tek noktada eğitimde destek değeri.

$Z_G$  : Gerçek Z değeri.

$Z_K$  : Kestirilen Z değeri.

$Z_1, \dots, Z_4$  : Destek değerleri.

Hızal, N.A., "Bina Isıtmasında Başlama ve Bitiş Zamanlarının Bir Öğrenen Sistem ile Kontrolü", MAMKON'97 Konferansı, 4-6 Haziran 1997, İTÜ Makina Fakültesi, İstanbul.

Leimgruber, J. ve arkadaşları, "New Approaches in Building Automation. Control System SICOS 2000", Technical Review, 66, 4, 28-30, 1984.

Leimgruber, J. ve arkadaşları, "Gradient Method for Calculating optimal Switch Timings in Heating and Air Conditioning Plants", Technical Review, 70, 1, 19-21, 1988.