

1-1-2001

## Bayesian Analysis of Test Day Milk Yields in an Unbalanced Mixed Model Assuming Random Herd-Year-Month Effects

MEHMET ZİYA FIRAT

Follow this and additional works at: <https://journals.tubitak.gov.tr/veterinary>



Part of the [Animal Sciences Commons](#), and the [Veterinary Medicine Commons](#)

---

### Recommended Citation

FIRAT, MEHMET ZİYA (2001) "Bayesian Analysis of Test Day Milk Yields in an Unbalanced Mixed Model Assuming Random Herd-Year-Month Effects," *Turkish Journal of Veterinary & Animal Sciences*: Vol. 25: No. 3, Article 18. Available at: <https://journals.tubitak.gov.tr/veterinary/vol25/iss3/18>

This Article is brought to you for free and open access by TÜBİTAK Academic Journals. It has been accepted for inclusion in Turkish Journal of Veterinary & Animal Sciences by an authorized editor of TÜBİTAK Academic Journals. For more information, please contact [academic.publications@tubitak.gov.tr](mailto:academic.publications@tubitak.gov.tr).

## Sürü-yıl-ay Etkilerini Şansa Bağlı Varsayan Dengesiz Karışık Bir Modelde Kontrol Günü Süt Verimlerinin Bayesian Analizi

Mehmet Ziya FIRAT

Akdeniz Üniversitesi, Ziraat Fakültesi, Zootečni Bölümü, Antalya - TÜRKİYE

Geliş Tarihi: 04.10.2000

**Özet :** Karışık bir modeldeki çevresel etkiler, sürü etkileri veya daha kesin olarak buzağılama alt kümesinin sürü-yıl-ay etkileri gibi karşılaştırma veya çağdaşlara ait grup etkileridir. Süt sığırı değerlendirilmesinde çağdaşlara ait grup etkilerinin sabit veya şansa bağlı olarak varsayılmalıları arasındaki seçim hakkında ihtilafı tartışma konusu henüz halledilmemiştir. Fakat, eğer sürü-yıl-ay etkileri şansa bağlı varsayılırsa, boğalar ve sürüler arasındaki şansa bağlı olmayan ilişkiler yanlış tahminlere yol açabileceğinden, bu etkiler genel olarak sabit olarak işlem görürler. Diğer taraftan, sürü-yıl-ay etkilerini şansa bağlı varsaymak, etkili kızların sayısını veya hayvanların değerlendirilmesinde kullanılacak bilgiyi arttıracaktır ve bunun sonucu olarak hata varyansı tahmini azalacaktır. Bu makalenin esas amacı, sürü-yıl-ay etkilerini şansa bağlı varsayan dengesiz karışık baba-bir-üvey kardeş modelinde süt sığırlarının kontrol günü süt verimlerine ait verilerle Gibbs örneklemesinin nasıl yapıldığını göstermektir. 23,873 inek ve 689 boğanın kayıtlarını içeren çok büyük bir veri seti ile Gibbs örneklemesini kullanarak böyle bir analiz ilk defa yapılmıştır. Genetik ve fenotipik parametreler ve bunların fonksiyonlarının posterior beklenen değerleri kontrol günü süt verimlerinden elde edilmiştir. Daha sonra bu çalışmanın sonuçları aynı veri setini kullanan fakat sabit sürü-yıl-ay etkileri varsayan önceki çalışmanın sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

**Anahtar Sözcükler:** kontrol günü süt verimleri, Gibbs örnekleme, genetik ve fenotipik parametreler

### Bayesian Analysis of Test Day Milk Yields in an Unbalanced Mixed Model Assuming Random Herd-Year-Month Effects

**Abstract :** The main environmental effects in a mixed model are comparison or contemporary group effects or more precisely herd-year-month of calving subclass effects. The controversial subject of much discussion about the choice between treating contemporary group effects as fixed or as random has not still been settled in dairy cow evaluation. However, these effects are usually treated as fixed since nonrandom associations between sires and herds may lead to biased predictions if herd-year-month effects are accounted for as random. On the other hand, treating herd-year-month effects as random would increase the effective number of daughters or the information with which an animal is being evaluated, and as a result of this, prediction error variance decreases. The main purpose of this paper is to demonstrate the implementation of the Gibbs sampler with data on test day milk yields of dairy cows in an unbalanced mixed half-sib sire model assuming random herd-year-month effects. An analysis of this kind employing the Gibbs sampler with a very large data set containing records on 23,873 cows and 689 sires is carried out for the first time. Posterior expectations of genetic and phenotypic parameters and functions of them are obtained from test day milk yields. The results of this study are then compared with those of the previous study using the same data set but assuming fixed her-year-month effects.

**Key Words:** test day milk yields, Gibbs sampling, genetic and phenotypic parameters

### Giriş

Süt tipi boğa ve ineklerin süt verim karakterleri bakımından genetik değerlendirmeleri yıllarca 305 gün laktasyon süt veriminin analizine bağımlı olmuştur. 305 gün süt veriminin esası, 305 günlük laktasyon periyodu boyunca yaklaşık olarak ayda bir defa alınan kontrol günü verimlerinden ibarettir. Genetik değerlendirmeler için alternatif bir yaklaşım kontrol günü kayıtlarını analiz etmektir. Kontrol günü kayıtlarının sayısı 2 ile 12 kontrol günü ölçümü arasında değişebilir. Doğrudan kontrol günü

kayıtlarını dikkate alan modeller büyük bir ilgi alanı olmuştur ve kontrol günlerinden elde edilen kayıtları içeren bütün modeller kontrol günü modelleri olarak adlandırılırlar. Bu şekilde kullanılan kontrol günü kayıtları buzağılamadaki yaş ve buzağılama mevsimi gibi sabit etkilere göre düzeltilirler. Bu kayıtlar daha sonra bir sonraki adımdaki genetik değerlendirmeler için birleştirilirler. Buna alternatif olarak, kontrol günü kayıtları tek bir adımlık genetik değerlendirme modelinde doğrudan dikkate alınabilirler. Geleneksel olarak, boğaların damızlık

değerlerini tahmin ederken, kontrol günü laktasyon kayıtları iyi bir biçimde tanımlanmış kurallara uygun olarak 305 gün esasına dönüştürülürler (1). 305 gün süt verimini elde etmek için birleştirilen kontrol günü kayıtlarının sayısı ve uygulanan yöntem 305 gün ölçümlerinin doğruluğunu belirlerler. Danell (2), kontrol günü süt kayıtlarını 305 gün esasına dönüştürmenin dezavantajının, 305 gün süt veriminin yanlış tahminleri ile sonuçlanan verim seviyesinin zamanla değişebileceği olduğunu belirtmiştir.

Kontrol günü kayıtlarının 305 gün laktasyon süt verimine dönüştürülmesinden kaynaklanan problemde sakınmanın bir yolu, 305 gün verim tahminleri yerine süt tipi boğa ve ineklerin genetik değerlendirmelerinde kontrol günü kayıtlarını kullanmaktır. Laktasyonun başlangıç kısmında, süt tipi düvelerin kontrol günü süt kayıtlarının kullanımının birçok avantajları vardır. Bunlar arasında, generasyon aralığının azaltılması ve süt verimi bakımından düşük damızlık değerine sahip boğa ve ineklerin erken ayıklanması ile laktasyonun daha sonraki kısmında kontrol günü süt verim kayıtları ve barındırma için yapılacak harcamalarda tasarruf sağlanması yer almaktadır. 305 gün süt verimleri yerine kontrol günü kayıtlarının kullanımı, seleksiyon yoğunluğundaki artış yanında 200 günlük laktasyon süresini tamamlamadan önce düvelerin ayıklanmasından kaynaklanan yanlılığı azaltabilir. Seleksiyondan kaynaklanan yanlılığa gelince, boğa değerlendirmesinde şansa bağlı olmayan etkiler bakımından en büyük potansiyel ilk laktasyonları boyunca düvelerin ayıklanması ile ilgilidir. Kontrol günü kayıtları, 305 gün laktasyon kayıtlarına tamamlamanın yanı sıra kısmi kayıtların dahil edilmesiyle boğa seleksiyonunun doğruluğunu artırmak için de kullanılabilirler, veya boğalar aynı doğrulukla daha erken seçilebilirler. Tamamlanmış laktasyon için dahi, kontrol günü kayıtlarının uygun bir şekilde ağırlıklandırılmış indeksi üzerine yapılan seleksiyon 305 gün süt verimine ait tahmin edilen fenotipik kayıtlar üzerine yapılan seleksiyondan daha doğrudur.

Yukarıdaki avantajlara ilave olarak, kontrol günü kayıtlarının kalıtım dereceleri ya 305 gün süt verimininki ile aynı veya ondan biraz daha az olurlar (2, 3, 4). Bundan dolayı, sığırların genetik değerlendirmesinin doğruluğu, 305 gün ölçümünden ziyade laktasyon başına herbir sığırın birkaç kontrol günü verimlerini kullanarak artırılabilir. Böylece kontrol günü süt verimlerini 305 gün süt verimine dönüştüren yöntemlere gereksinim olmaz.

Süt tipi sığırların ıslahında, verimle ilgili karakterler bakımından hayvanları iyileştirmek için genetik olarak

üstün hayvanlar 305 gün laktasyon süt verimlerine ait fenotipik değerlerden elde edilen damızlık değerlerinin tahminleri esas alınarak saptanırlar. Bu iki adımlık bir işlemdir; önce genetik değerlendirmede kullanılan fenotipik değerler kontrol günü süt verimlerinden tahmin edilirler ve daha sonra bu tahmin edilen fenotipik değerlerden damızlık değerlerinin tahmini elde edilir. Buna ilaveten, 305 gün süt verimi için elde edilen fenotipik değerlerin tahminleri biraz yanlış ve hatalı olabilirler. Bundan dolayı, hayvanları değerlendirmek için kontrol günü süt verimlerine dayalı alternatif bir yöntemin bulunmasına ihtiyaç vardır. Kontrol günü süt verimlerinin REML analizleri daha önce birkaç yazar (4, 5) tarafından yapılmıştır. Bu verimlerin Bayesian analizlerini ilk kez Fırat ve ark. (6) yapmışlardır. Fakat REML ve Bayesian analizlerinin her ikisinde de sürü-yıl-ay etkileri sabit olarak varsayılmıştır.

Karışık bir modeldeki çevresel veya genetik olmayan etkiler, sürü etkileri veya daha kesin olarak buzağılama alt kümesinin sürü-yıl-ay etkileri gibi karşılaştırma veya çağdaşlara ait grup etkileridir (örneğin aynı sürüde aynı yıl ve mevsimde buzağılayan inekler olarak tanımlanırlar). Süt sığırı değerlendirilmesinde çağdaşlara ait grup etkilerinin sabit veya şansa bağlı olarak varsayılmaları arasındaki seçim hakkında ihtilafli tartışma konusu henüz halledilmemesine rağmen, Henderson (7), eğer sürü-yıl-ay etkileri şansa bağlı olarak varsayılırsa, boğalar ve sürüler arasındaki şansa bağlı olmayan ilişkilerin yanlış tahminlere yol açabileceğini ileri sürdüğünden dolayı, bu etkiler genel olarak sabit olarak işleme tabii tutulurlar. Bu iddia son zamanlarda birçok bilim adamı tarafından dikkate alınmıştır (8, 9) ve bu daha çok yapılan çalışmalarda ortaya çıkan durumlara bağlıdır. Sürü-yıl-ay etkilerini şansa bağlı varsaymak, etkili kızların sayısını veya hayvanların değerlendirilmesinde kullanılacak bilgiyi artıracaktır ve bunun sonucu olarak hata varyansının tahmini azalacaktır. Bununla birlikte, eğer boğalar sürü-yıl-ay etkilerine şansa bağlı olarak dağıtılmamışlarsa, yani boğalar ve sürü-yıl-ay arasında ilişki mevcutsa, damızlık değeri tahminlerinde yanlılık beklenir (9). Bu potansiyel problemin üstesinden gelmek için, sürü-yıl-ay etkilerini sabit olarak işleme tabii tutmak yeterlidir. Çağdaşlara ait grup etkilerinin sabit olarak varsayılmaları sürülerde boğaların şansa bağlı olmayan kullanımından kaynaklanan yanlılığı önler ve varyans unsurları tahminlerinden aynı yanlılığın yok edilmesini sağlar (10). Bununla birlikte, özellikle sürüler küçük olduğu zaman, bu bilgi kaybı şeklinde büyük bir dezavantaja sahiptir. Bir boğaya sahip küçük sürüler veya sürü-yıl-ay, bir boğa modelinde

döl gruplarının karşılaştırmasına çok az katkıda bulunur. Küçük sürülerde boğaların hata varyans tahmini, sürüleri şansa bağlı olarak modele uydurmak suretiyle önemli ölçüde azaltılabilir (9).

Bu makalenin esas amacı, sürü-yıl-ay etkilerini şansa bağlı varsayan karışık baba-bir-üvey kardeş modelinde süt sığırlarının kontrol günü süt verimlerinin Gibbs örneklemesinin nasıl yapıldığını göstermektir. 23,873 inek ve 689 boğanın kayıtlarını içeren çok büyük bir veri seti ile Gibbs örnekleme kullanılarak böyle bir analiz ilk defa yapılmıştır. Genetik ve fenotipik parametreler ve bunların fonksiyonlarının posterior beklenen değerleri kontrol günü süt verimlerinden elde edilmiştir. Daha sonra bu çalışmanın sonuçları aynı veri setini kullanan fakat sürü-yıl-ay etkilerini sabit varsayan önceki çalışmanın (6) sonuçları ile karşılaştırılacaktır.

## Materyal ve Metot

### Veri Seti

Bu çalışmada kullanılan veri seti, İngiliz siyah-alaca (Holştayn-Friesian) sığırlarının kontrol günü süt verimlerinden ibaret olup Büyük Britanya Ulusal Süt Kayıtları Birliği tarafından 1988-1989 yılları arasında temin edilmiştir. Tablo 1 veri setinin yapısını göstermektedir. Tek bir kayıta sahip sürü-yıl-ay kategorilerindeki ineklerin %29'u tam veri setinden atılmışlardır. Sonuçta elde edilen veri seti tablonun ikinci sütünde tanımlanmıştır ve buna "azaltılmış veri seti" adı verilmiştir. Azaltılmış veri setindeki ineklerin yaklaşık beşte biri genç boğaların dölleri. Sürü-yıl-ay başına düşen ortalama kayıt sayısı 3 olup maksimum kayıt sayısı 25'tir. Analize dahil edilen kovaryetler şunlardır:

- i) ineklerin pedigril durumu (0=pedigril veya kayıtlı; 1=pedigrilsiz veya kayıtsız),
- ii) buzağılamadaki yaş (ay),
- iii) ilk teste kadar laktasyon süresi ve
- iv) boğalardaki Holştayn oranı.

Kontrol günü süt verimleri kg olarak ifade edilmiştir.

### Model ve Bayesian Formülasyonu

Denemede  $s_p$  denenmiş ve  $s_q$  denenmemiş boğa (yeni veya genç boğa) olduğunu ve denenmiş boğaların  $N_p$  kızından ve denenmemişlerin  $N_q$  kızından kontrol günü kayıtlarının,  $y$ , elde edildiğini varsayalım. Bu durumda, sürü-yıl-ay etkilerinin şansa bağlı oldukları varsayılırsa aşağıdaki baba-bir-üvey kardeş boğa modeli yazılabilir

Tablo 1. Veri setinin yapısı.

	Tam veri seti	Azaltılmış veri seti
Süt verim kayıtlarının sayısı	33,696	23,873
Sürü-yıl-ay kategorisi sayısı	16,886	7,063
Boğa sayısı	706	689
Boğa başına ortalama kız sayısı	48	35
Ortalama Holştayn oranı	0.372	0.367
<b>Denenmiş boğalar</b>		
Denenmiş boğa sayısı	40	40
Toplam kız sayısı	26,970	18,975
Boğa başına ortalama kız sayısı	674	474
Ortalama Holştayn oranı	0.357	0.354
<b>Denenmemiş boğalar</b>		
Denenmemiş boğa sayısı	666	649
Toplam kız sayısı	6,726	4,898
Boğa başına ortalama kız sayısı	10	8
Ortalama Holştayn oranı	0.435	0.417

$$y = \mu_h 1 + H\alpha + C\beta + Ds + e \quad [1]$$

Burada,  $\mu_h$  ortalama sürü etkisi, 1, N tane 1'den oluşan bir vektör, H herbir kızın ait olduğu sürü-yıl-ay grubu,  $\alpha$  şansa bağlı sürü-yıl-ay etkileri, C kovaryetlerin merkezi değerlerini içeren bir matris,  $\beta$  c kovaryetlere ait regresyon katsayılar vektörü, D herbir kızın babasını belirleyen matris, s denenmiş ve denenmemiş boğaların etkilerini temsil eden vektör ve e şansa bağlı hata vektörüdür. Kontrol günü kayıtlarının hepsi tam olduğundan y ve e vektörleri eşit uzunluğa,  $N = N_p + N_q$  sahiptirler.  $\alpha$ 'nın uzunluğu g (sürü-yıl-ay gruplarının sayısı) ve s'nin uzunluğu toplam boğa sayısı  $s = s_p + s_q$ 'dir. H, C ve D matrislerinin boyutları sırasıyla  $N \times g$ ,  $N \times c$  ve  $N \times s$ 'dir. Desen matrisi D ve boğa vektörü s aşağıdaki gibi parçalanabilirler

$$D = \begin{bmatrix} D_p & 0 \\ 0 & D_q \end{bmatrix}, \quad s = \begin{bmatrix} s_p \\ s_q \end{bmatrix},$$

burada  $s_p$  ve  $s_q$  denenmiş ve denenmemiş boğa vektörleri, ve  $D_p$  ve  $D_q$  verim kayıtları ile bu vektörleri ilişkilendiren matrislerdir. y vektörü ve H ve C matrisleri denenmiş ve denenmemiş boğaların kızlarına göre alt-vektör ve alt-matrislere şöyle parçalanabilirler

$$y = \begin{bmatrix} y_p \\ y_q \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} H_p \\ H_q \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad C = \begin{bmatrix} C_p \\ C_q \end{bmatrix}.$$

Boğaların birbiriyle ilişkili olmadığı ve ineklerin ise sadece kendi boğaları aracılığı ile ilişkili oldukları varsayılmıştır. Denenmiş boğalara ait etkiler sabit ve denenmemiş boğalara ait olanlar ise şansa bağlı olarak alınmışlardır. Bunun nedeni, denenmiş boğaların kızlarının kayıtları boğa etkilerine değil de çevresel etkilerin tahminine katkıda bulunmasındandır. Aksi takdirde süt üretimi bakımından denenmiş boğaların seleksiyonu genetik varyasyonu azaltmaktadır. Bu, hata varyanslarının her iki tipteki boğaların kızları için homogen olduğunu varsaymaktadır. Sürüler itibariyle boğaların şansa bağlı olmayan kullanımlarından kaynaklanan yanlılığı ortadan kaldırmak ve varyans unsurlarının tahmininde oluşacak aynı yanlılığın giderilmesini sağlamak için sürü-yıl-ay etkileri Fırat ve ark. (6) tarafından sabit varsayılmışlardır. Fakat bu çalışmada şansa bağlı varsayılacaklardır. Eşitlik [1]'deki model hakkındaki varsayımlar şunlardır:

$$\begin{aligned} E(y|\mu_h, \alpha, \beta, \sigma_h^2, \sigma_s^2, \sigma_e^2) &= \mu_h 1 + C\beta + Ds, \\ \text{Var}(y|\mu_h, \alpha, \beta, \sigma_h^2, \sigma_s^2, \sigma_e^2) &= V = I_N \sigma_e^2, \\ E(\alpha) &= 0, \quad E(s_q) = 0, \quad E(e) = 0, \\ \text{Var}(\alpha) &= I_g \sigma_h^2, \quad \text{Var}(s_q) = I_{s_q} \sigma_s^2, \\ \text{Var}(e) &= I_N \sigma_e^2, \quad \text{Cov}(s_q, e) = 0, \\ \text{Cov}(\alpha, s_q) &= 0, \quad \text{Cov}(\alpha, e) = 0. \end{aligned}$$

Burada  $\sigma_h^2$  sürü-yıl-ay etkisine ait varyans,  $\sigma_s^2$  denenmemiş boğalara ait varyans ve  $\sigma_e^2$  hata varyansdır. Eğer N gözlemlenen toplam kız sayısını temsil ederse bu durumda sabit faktör dışında kalan olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} f(y|\alpha, \beta, s, \sigma_e^2) &\propto (\sigma_e^2)^{-\frac{1}{2}N} \\ &\times \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_e^2} [(y - H\alpha - C\beta - Ds)'(y - H\alpha - C\beta - Ds)] \right\}. \end{aligned}$$

Bu çalışmada,  $\mu_h$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $s_p$ ,  $s_q$ ,  $\sigma_h^2$ ,  $\sigma_s^2$  ve  $\sigma_e^2$  parametrelerine prior dağılış tayin edilmesi gerekmektedir.  $\mu_h$ ,  $\beta$  ve  $s_p$  parametrelerine bağımsız üniform dağılış atanmıştır,

$$f(\mu_h, \beta, s_p) = \text{sabite}.$$

Bu başlangıçta bu parametrelerin değerleri hakkında çok az bilgiye sahip olduğumuz anlamına gelir. Şansa bağlı sürü-yıl-ay etkilerine ait vektör  $\alpha$  ve denenmemiş boğa etkilerine ait vektör  $s_p$ 'nin herbirinin elemanları bağımsız olup prior dağılışları sırasıyla  $\alpha|\sigma_h^2 \sim N_g(\mu 1_g, I_g \sigma_h^2)$  ve  $s_q|\sigma_s^2 \sim N_{s_q}(0, I_{s_q} \sigma_s^2)$  ve bu dağılışların müşterek yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} f(\alpha, s_q|\sigma_h^2, \sigma_s^2) &\propto (\sigma_h^2)^{-\frac{1}{2}g} (\sigma_s^2)^{-\frac{1}{2}s_q} \\ &\times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ \frac{(\alpha - \mu_h 1_g)'(\alpha - \mu_h 1_g)}{\sigma_h^2} + \frac{s_q' s_q}{\sigma_s^2} \right] \right\} \end{aligned}$$

Varyans unsurları  $\sigma_h^2$ ,  $\sigma_s^2$  ve  $\sigma_e^2$ 'nin prior dağılışları birbirinden bağımsız ve parametreleri sırasıyla  $v_h$  ve  $s_h^2$ ,  $v_s$  ve  $s_s^2$  ve  $v_e$  ve  $s_e^2$  olan invers  $X^2$  dağılışı gösterdikleri varsayılmıştır. Bu prior dağılışların müşterek yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} f(\sigma_h^2, \sigma_s^2, \sigma_e^2|v_h, s_h^2, v_s, s_s^2, v_e, s_e^2) \\ \propto (\sigma_h^2)^{-\frac{1}{2}(v_h+2)} (\sigma_s^2)^{-\frac{1}{2}(v_s+2)} (\sigma_e^2)^{-\frac{1}{2}(v_e+2)} \\ \times \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{v_h s_h^2}{\sigma_h^2} + \frac{v_s s_s^2}{\sigma_s^2} + \frac{v_e s_e^2}{\sigma_e^2} \right) \right] \end{aligned}$$

Burada  $s_h^2$ ,  $s_s^2$  ve  $s_e^2$  sırasıyla  $\sigma_h^2$ ,  $\sigma_s^2$  ve  $\sigma_e^2$ 'nin prior beklenen değerleri olarak yorumlanabilirler, ve  $v_h$ ,  $v_s$  ve  $v_e$  serbestlik derecesine eşdeğer doğruluk parametreleridir.

Önerilen prior dağılışları ile olabilirlik fonksiyonunu kullanarak,  $\mu_h$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $s$ ,  $\sigma_h^2$ ,  $\sigma_s^2$  ve  $\sigma_e^2$  parametrelerinin müşterek posterior olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibi verilir:

$$\begin{aligned} f(\mu_h, \alpha, \beta, s, \sigma_h^2, \sigma_s^2, \sigma_e^2|y) &\propto (\sigma_e^2)^{-\frac{1}{2}(N+v_e+2)} \\ &\times (\sigma_s^2)^{-\frac{1}{2}(s_q+v_s+2)} (\sigma_h^2)^{-\frac{1}{2}(g+v_h+2)} \\ &\times \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma_s^2} (s_q' s_q + v_s s_s^2) \right] \\ &\times \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_h^2} [(\alpha - \mu_h 1_g)'(\alpha - \mu_h 1_g) + v_h s_h^2] \right\} \quad [2] \\ &\times \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_e^2} [(y - H\alpha - C\beta - Ds)'(y - H\alpha - C\beta - Ds) + v_e s_e^2] \right\}. \end{aligned}$$

Gibbs örnekleme yöntemini kullanabilmek için,  $\mu_h$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $s_p$ ,  $s_q$ ,  $\sigma_h^2$ ,  $\sigma_s^2$  ve  $\sigma_e^2$  parametrelerinin herbirinin şartlı dağılışına, yani modeldeki diğer parametreler verildiğinde herbir parametrenin posterior dağılışına gereksinim vardır. Bu şartlı posterior dağılışlar [2] nolu eşitlikteki müşterek posterior olasılık fonksiyonundan elde edilir ve sırasıyla şöyledir:

$$[\mu_h|\alpha, \beta, s, \sigma_h^2, \sigma_s^2, \sigma_e^2, y] = N \left( \frac{\sum \alpha_h}{g}, \frac{\sigma_h^2}{g} \right)$$

$$\begin{aligned}
[\alpha|\mu_h, \beta, s, \sigma_h^2, \sigma_s^2, \sigma_e^2, y] &= N_g((\sigma_e^2 I_g + \sigma_h^2 H'H)^{-1} \\
[\sigma_e^2|\mu_h, \alpha, \beta, s, \sigma_h^2, \sigma_s^2, y] &= N_e(\sigma_e^2 I_e + \sigma_h^2 H'H)^{-1} \\
[\beta|\mu_h, \alpha, s, \sigma_h^2, \sigma_s^2, \sigma_e^2, y] &= N_c((C'C)^{-1} C'(y - H\alpha - Ds), \sigma_e^2 (C'C)^{-1}), \\
[s_p|\mu_h, \alpha, \beta, s, \sigma_h^2, \sigma_s^2, \sigma_e^2, y] &= N_{sp}(F_p^{-1} D_p C'(y_p - H_p \alpha - C_p \beta), \sigma_e^2 F_p^{-1}), \\
[s_q|\mu_h, \alpha, \beta, s, \sigma_h^2, \sigma_s^2, \sigma_e^2, y] &= \\
N_{sq}\left(\left(F_q + \frac{\sigma_s^2}{\sigma_e^2} I_{sq}\right)^{-1} D_q (y_q - H_q \alpha - C_q \beta), \sigma_e^2 \left(F_q + \frac{\sigma_s^2}{\sigma_e^2} I_{sq}\right)^{-1}\right), \\
[\sigma_h^2|\mu_h, \alpha, \beta, s, \sigma_s^2, \sigma_e^2, y] &= X^{-2}(g + v_h, (\alpha - \mu_h 1_g)'(\alpha - \mu_h 1_g) + V_h s_h^2), \\
[\sigma_s^2|\mu_h, \alpha, \beta, s, \sigma_h^2, \sigma_e^2, y] &= X^{-2}(s_q + v_s, s_q S_q + V_h s_h^2), \\
[\sigma_e^2|\mu_h, \alpha, \beta, s, \sigma_h^2, \sigma_s^2, y] &= X^{-2} \\
(N + v_e, (y - H\alpha - C\beta - Ds)'(y - H\alpha - C\beta - Ds) + V_e s_h^2)
\end{aligned}$$

Burada  $H'H$ ,  $g$  sürü-yıl-ay grubunun frekanslarını veren köşegen matris,  $C'C$  kovaryetelerin düzeltilmiş kareler toplamına ait matristir, ve  $F_p$  ve  $F_q$  denenmiş ve denenmemiş boğaların kızlarının sayısı  $n_i$ 'yi veren köşegen matrisler  $D_p D_p$  ve  $D_q D_q$ 'yu göstermektedirler. Bu şartlı dağılımların herbirinden örnek elde etmek oldukça kolaydır.

### Gibbs Örnekleme

Gibbs örnekleme kompleks Bayesian modellerinde posterior dağılımları incelemek için güçlü bir iteratif metottur (11). Gibbs örnekleme sıra ile bütün parametrelerin tam şartlı posterior yoğunluk fonksiyonlarından örnekleme yaparak ve Gibbs örneklemesini güncelleştirmek suretiyle modeldeki parametrelerin hepsinin müşterek posterior yoğunluk dağılımına şansa bağlı örnek değerler üretir. Bu çalışmada, yöntemin kullanımı Wang ve ark. (12) ve Fırat ve ark. (6) tarafından tanımlandığı şekli ile tek değişkenli analizler için yapılmıştır. İşleme başlamak için, herbir parametreye başlangıç değeri belirlenmiştir.  $k$ 'inci iterasyon için, Gibbs örnekleme sıra ile  $\mu_h$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $s_p$ ,  $s_q$ ,  $\sigma_h^2$ ,  $\sigma_s^2$  ve  $\sigma_e^2$ 'nin herbirini ayrı ayrı alır ve bunların şartlı dağılımlarından örnekleme yapmak suretiyle yeni bir değer elde eder. Bu işlem çok sayıda iterasyon için devam eder ve parametrelerin değerleri her iterasyonda kaydedilir.

Geman ve Geman (11)  $k$ 'inci iterasyonda parametrelerin müşterek dağılımının bütün parametrelerin müşterek posterior dağılımına birlikte yaklaştığını göstermiştir. Sonuç olarak, kaydedilen değerler herbir parametrenin marjinal posterior dağılımından yaklaşık değerlerdir. Yaklaşık marjinal momentleri ve posterior yoğunlukları elde etmek için bu değerlere dayanan özet istatistikleri ve

kernel yoğunluk tahminleri kullanılabilir (13). Belli bazı problemler için Gibbs örneklemesinin nasıl uygulanacağı hakkında farklı görüşler vardır. Bazı araştırmacılar işlemin başlangıcında kaydedilen değerlerin atılmasını önermekte, bazıları, birbirini takip eden örnekler arasında korelasyon olacağı gerekçesiyle sadece örneğin her onuncu iterasyonun kaydedilmesini savunmakta ve bazıları ise iterasyonun farklı değerlerle yeniden başlatılmasını önermektedirler. Simüle edilmiş verilerle olan deneyimler (14) ve Raftery ve Lewis (15)'nin teorik varsayımları, mevcut durum için posterior beklenen değerlere yakın başlangıç değerleri kullanılması halinde böylesi karmaşıklıkların gereksiz olduğu inancını pekiştirmiştir.

### Sonuçlar ve Tartışma

Model [1] için tek değişkenli Gibbs örnekleme işlemi iki kez tekrarlanmıştır. İlkinde, parametrelere rastgele başlangıç değerleri verilmiş ve 1200 iterasyondan elde edilen değerler kaydedilmiştir. 1000 iterasyonun convergence için yeterli olduğu anlaşıldığından, ilk 200 değer atılarak 1000 iterasyonun ortalaması alınmıştır. İkincide bu ortalamalar başlangıç değerleri olarak kullanılarak 1000 iterasyondan elde edilen değerler kaydedilmiştir. Dolayısı ile model [1]'deki parametreler hakkındaki marjinal posterior yorumlamalar ikinci koşumdan elde edilen 1000 iterasyona dayanmaktadır. Prior serbestlik dereceleri  $v_h$ ,  $v_s$  ve  $v_e$  1 olarak alınmıştır.

Bin iterasyona dayalı Gibbs örnekleme analizinden elde edilen varyans unsurları ve kalıtım derecesinin posterior beklenen değerleri ve bunların standart sapmaları, hem sürü-yıl-ay etkilerini sabit varsayan model (Model 1) (6) hem de şansa bağlı varsayan model (Model 2) için Tablo 2'de verilmiştir. Hata varyanslarının tahminleri laktasyonun başında ve sonunda oldukça değişiklik göstermektedir. Her iki model için de bu tahminler KG1'den KG8'e kadar azalmakta ve laktasyonun sonuna doğru artmakta olup birbirlerine oldukça yakındırlar. Kontrol günü süt verimlerinin boğa varyans tahminleri laktasyon süresince çok büyük varyasyon göstermektedirler. Model 2'deki bu değerler Model 1'e oranla daha büyüktür. Model 2 için verilen sürü-yıl-ay etkisine ait varyans tahmini KG1'den KG8'e kadar düzenli bir biçimde artmakta ve daha sonra da azalmaktadır. Model 1'e ait kalıtım derecesi tahminleri ( $h_1^2$ ) ilk üç kontrol günü için diğerlerinden daha küçüktür. Bu bulgu sadece yüksek hata unsurlarına değil, fakat aynı zamanda oldukça küçük boğa varyans unsuruna da atfedilebilir ve düşük kalıtım derecesi tah-

Tablo 2. İki farklı modelin kontrol günü (KG) kayıtlarına ait Gibbs örneklemeinden elde edilen varyans unsurları ve kalıtım derecelerinin posterior değerleri.

	$\sigma_n^2$		$\sigma_s^2$		$\sigma_e^2$		$h_1^2$ <sup>a</sup>		$h_1^2$ <sup>b</sup>	
	BD <sup>c</sup>	SS <sup>d</sup>	BD	SS	BD	SS	BD	SS	BD	SS
Sürü-yıl-ay etkisi sabit (Model 1)										
KG1	-	-	0.737	0.180	9.475	0.107	0.288	0.066	-	-
KG2	-	-	0.716	0.154	8.679	0.098	0.288	0.066	-	-
KG3	-	-	0.656	0.152	8.614	0.098	0.282	0.061	-	-
KG4	-	-	0.743	0.166	7.999	0.091	0.339	0.069	-	-
KG5	-	-	0.795	0.159	7.473	0.085	0.383	0.069	-	-
KG6	-	-	0.768	0.160	7.203	0.082	0.384	0.073	-	-
KG7	-	-	0.751	0.147	7.070	0.080	0.383	0.068	-	-
KG8	-	-	0.820	0.159	7.037	0.079	0.416	0.073	-	-
KG9	-	-	0.793	0.157	7.122	0.081	0.399	0.071	-	-
KG10	-	-	0.741	0.157	8.205	0.093	0.330	0.065	-	-
Sürü-yıl-ay etkisi şansa bağlı (Model 2)										
KG1	3.806	0.122	1.068	0.207	9.513	0.104	0.403	0.070	0.296	0.054
KG2	4.919	0.135	0.925	0.183	8.739	0.097	0.382	0.068	0.253	0.047
KG3	5.251	0.144	0.907	0.184	8.689	0.097	0.377	0.069	0.244	0.046
KG4	5.294	0.144	0.996	0.202	8.067	0.090	0.438	0.078	0.277	0.052
KG5	5.457	0.143	0.923	0.186	7.556	0.083	0.434	0.077	0.264	0.050
KG6	5.465	0.142	0.917	0.163	7.256	0.081	0.447	0.080	0.268	0.051
KG7	5.851	0.152	0.799	0.180	7.118	0.079	0.402	0.073	0.232	0.045
KG8	5.922	0.149	0.997	0.168	7.051	0.079	0.494	0.078	0.285	0.048
KG9	5.864	0.145	0.862	0.180	7.146	0.080	0.429	0.074	0.248	0.046
KG10	5.440	0.142	0.964	0.157	8.210	0.090	0.419	0.070	0.263	0.046

<sup>a</sup>  $h_1^2 = 4\sigma_s^2 / (\sigma_s^2 + \sigma_e^2)$  <sup>b</sup>  $h_2^2 = 4\sigma_s^2 / (\sigma_s^2 + \sigma_n^2 + \sigma_e^2)$  <sup>c</sup> beklenen değer <sup>d</sup> standart sapma

minleri laktasyonun ilk kısmının en az kalıtsal olduğunu belirtmektedir. Model 2 için iki ayrı kalıtım derecesi hesaplanmıştır; ilki alışagelmış yolla hesaplanan kalıtım derecesi,  $h_1^2 = 4\sigma_s^2 / (\sigma_s^2 + \sigma_e^2)$ , ve ikincisi  $h_2^2 = 4\sigma_s^2 / (\sigma_s^2 + \sigma_n^2 + \sigma_e^2)$ 'dir. İlk kalıtım derecesi  $h_1^2$  ikincisinden  $h_2^2$  daha yüksektir. Model 2 için verilen kalıtım derecesinin ( $h_1^2$ ) posterior beklenen değerlerinin Model 1 için verilenlerden önemli ölçüde daha büyük olduğu görülmektedir. Bunun sebebi boğa varyans unsurundaki artmadan kaynaklanmaktadır.

Tablo 3, iki farklı model kullanılarak Gibbs örneklemeinden elde edilen kovaryetlere ait regresyon katsayılarının posterior beklenen değerlerini vermektedir. Bu tabloda ilk kontrole kadarki laktasyon süresine ait beklenen değerlerin her iki model için de birbirine yakın olduğu görülmektedir. Fakat PD, BY ve HO değerleri biraz farklılık göstermektedir.

Bayesian yaklaşımının avantajı, parametreler hakkındaki yorumlamaların, sadece notka tahminleri ve

yaklaşık standart sapmalar yerine, bunların posterior dağılımlarının dikkate alınarak yapılmasıdır. Bu makalede, hem sürü-yıl-ay etkilerini sabit (6) hem de şansa bağlı varsayan dengesiz tek değişkenli baba-bir üvey-kardeş modellerinde kovaryetlere ait bilgiyi kullanarak nisbeten büyük bir veri setinin Gibbs örnekleme ile analizinin mümkün olabileceği irdelenmiştir. Ayrıca Bayesian marjinal posterior beklenen değerlerin Gibbs örnekleme kullanılarak kolayca elde edilebileceği gösterilmiştir. Bununla birlikte, Gibbs örneklemesinin mahsuru hesaplamalar bakımından oldukça uzun zaman almasıdır. Örneğin, REML programı 5 dakikada analizi yaparken, Gibbs örnekleme 1000 iterasyonu tamamlamak için 17 saat harcamaktadır. Bu ilk bakışta büyük bir deavantaj olarak görülsede, posterior dağılım REML nokta tahmininden daha fazla bilgi vermektedir. Burada sunulan metodolojinin önemli bir uzantısı, tek değişkenli baba bir üvey kardeş boğa modelini çok değişkenliye genelleştirmektir.

	Sürü-yıl-ay etkisi sabit (Model 1)				Sürü-yıl-ay etkisi şansa bağlı (Model 2)			
	PD <sup>a</sup>	BY <sup>b</sup>	LS <sup>c</sup>	HO <sup>d</sup>	PD	BY	LS	HO
KG1	-0.228	0.196	0.121	1.189	-0.724	0.184	0.116	1.565
KG2	-0.026	0.189	-0.024	1.064	-0.737	0.146	-0.029	1.491
KG3	-0.017	0.178	-0.037	1.069	-0.799	0.116	-0.043	1.575
KG4	-0.071	0.151	-0.037	1.119	-0.795	0.084	-0.042	1.680
KG5	0.054	0.146	-0.034	1.169	-0.734	0.078	-0.036	1.628
KG6	-0.069	0.128	-0.028	1.120	-0.738	0.067	-0.030	1.449
KG7	-0.071	0.130	-0.022	1.013	-0.666	0.075	-0.023	1.358
KG8	-0.015	0.126	-0.022	1.236	-0.518	0.103	-0.023	1.524
KG9	0.061	0.112	-0.022	1.379	-0.493	0.129	-0.022	1.632
KG10	-0.034	0.102	-0.026	1.490	-0.538	0.140	-0.030	1.478

Tablo 3. İki farklı modelin kontrol günü (KG) kayıtlarına ait Gibbs örneklemesinden elde edilen regresyon katsayılarının posterior beklenen değerleri.

<sup>a</sup> pedigrî durumu    <sup>b</sup> buzağılama yaşı    <sup>c</sup> ilk teste kadar laktasyon süresi    <sup>d</sup> Holştayn oranı

## Kaynaklar

1. Wilmink, J.B.M.: Comparison of different methods of predicting 305 day milk yield using means calculated from within herd lactation curves. *Livest. Prod. Sci.*, 1987; 17, 1-17.
2. Danell, B.: Studies on lactation yield and individual test-day-yields of Swedish dairy cows. IV. Extension of part lactation records for use in sire evaluation. *Acta Agric. Scand.* 1982; 32, 65-81.
3. Keown, J.F. and Van Vleck, L.D.: Selection on test day fat percentage and milk production. *J. Dairy Science*, 1971; 54, 199-203.
4. Meyer, K., Graser, H.U., and Hammond, K.: Estimates of genetic parameters for first lactation test day production of Australian black and white cows. *Livest. Prod. Sci.* 1989; 21, 177-199.
5. Pander, B.L., Hill, W.G. and Thompson, R.: Genetic parameters of test day records of British Holstein-Friesian heifers. *Anim. Prod.* 1992; 55, 11-21.
6. Firat, M.Z., Theobald, C.M. and Thompson, R.: Univariate analysis of test day milk yields of British Holstein Friesian heifers using Gibbs sampling. *Acta Agric. Scand., Sect. A, Anim. Sci.* 1977; 47, 213-220.
7. Henderson, C.R.: Sire evaluation and genetic trends. In: *Proc. of the Anim. Breed. and Genet. Symp. in Honor of Dr. Jay L. Lush*. Amer. Soc. Anim. Sci. and Amer. Dairy Sci. Assoc., Champaign, IL, 1973.
8. Ugarte, E., Alenda, R. and Carabona, M.J.: Fixed or random contemporary groups in genetic evaluations. *J. Dairy Science*, 1992; 75, 269-278.
9. Visscher, P.M. and Goddard, E.M.: Fixed or random contemporary groups. *J. Dairy Science*, 1993; 76, 1444-1454.
10. Schaeffer, L.R. and Burnside, E.B.: Survival rates of tested daughters of sires in artificial insemination. *J. Dairy Science*, 1974; 57, 1394-1400.
11. Geman, S. and Geman, D.: Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 1984; 6, 721-741.
12. Wang, C.S., Rutledge, J.J. and Gianola, D.: Marginal inferences about variance components in a mixed linear model using Gibbs sampling. *Genet. Sel. Evol.* 1993; 25, 41-62.
13. Silverman, B.W.: *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*. London: Chapman & Hall, 1986.
14. Firat, M.Z.: *Bayesian Methods in the Selection of Farm Animals for Breeding*. PhD Thesis, Edinburgh University, 1995.
15. Raftery, A.E. and Lewis, S.M.: How many iterations in the Gibbs sampler? In *Bayesian Statistics 4*, Bernardo, J.M., Berger, J.O., David, A.P. and Smith, A.F.M. (eds). Oxford: Clarendon Press, 1992.